LES OISEAUX ET LE PUITS
Fiche d'identification

Type : Problème d'équidistance d'un point mobile par rapport à deux points fixes donnés.

Niveau : Tout niveau.

Mots-clés : Mathématiques, médiatrice, mise en équation, identité remarquable, résolution d'une équation, théorème de Pythagore.

Objectifs notionnels généraux :

- En sixième ou cinquième :

Construction et utilisation de la médiatrice d'un segment.

- En quatrième ou troisième :

Résolution d'un problème de géométrie par mise en équation.

Modalité : Travail individuel puis en groupe.

Dispositif technique : Matériel de géométrie, calculatrice.

Liste et description des fichiers :
ficheIdent_Les oiseaux et le puits_zep.doc : fiche d'identification.
ressource_Les oiseaux et le puits.doc : ressource
Les oiseaux et le puits.fig : fichier Cabri Géomètre

Description activité : Deux oiseaux partent en même temps de deux tours de hauteur différente, à la même vitesse pour se rencontrer à terre au même moment.
Connaissant la distance entre les deux tours, le but du problème est de trouver à quel endroit les deux oiseaux doivent se poser.

Auteurs : Brigitte Bois, Benjamin Clerc, Liliane Dray, Fabien Chapon, Jean-Marc Ravier.

Accès au sommaire de la ressource

Ce problème est dû à Léonard BONACCI dit Léonard de Pise, plus connu sous le nom de FIBONACCI (1180 – 1250).

Programme officiel : **Compétences exigibles :**

Supprimé : :

- En sixième :

Les travaux géométriques prennent appui sur l'usage des instruments de dessin et de mesure y compris dans un environnement informatique.
Sur papier blanc et sans que la méthode soit imposée, l'élève doit être capable de :
- reporter une longueur;
- reproduire un angle, un arc de cercle de centre donné;
- tracer, par un point donné, la perpendiculaire ou la parallèle à une droite donnée.

Sans méthode imposée et sur papier blanc, l'élève doit savoir construire la médiatrice d'un segment et la bissectrice d'un angle.

- En quatrième :

Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres.
Sur des exemples numériques ou littéraux, développer une expression du type (a + b) (c + d).
Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.

- En troisième :

Comme dans les classes antérieures, la résolution de problèmes (issues de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue un objectif de cette partie du programme ; elle nourrit les activités, tant dans le domaine numérique que dans le domaine littéral.
Connaître les égalités :
$(a + b)(a – b)=a^2 – b^2$
$(a – b)^2 = a^2 + b^2 – 2ab$
$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

Commentaires :

- En sixième :

I1 s'agit de développer les connaissances acquises à l'école élémentaire en vue de compléter et consolider l'usage d'instruments de mesure ou de dessin (règle graduée ou non, compas, équerre).
Les travaux de reproduction et de construction pourront consister en:
- la copie conforme d'un modèle concret ou d'un dessin,
- un dessin à partir de données graphiques et numériques,
- un dessin à partir d'un énoncé décrivant la figure.

Programme officiel : (suite)

➢ <u>En quatrième :</u>

L'apprentissage du calcul littéral doit être conduit très progressivement en recherchant des situations qui permettent aux élèves de donner du sens à l'introduction de ce type de calcul.
Le développement de certaines expressions du type (a + b)(c + d) peut conduire à des simplifications d'écriture, mais les identités remarquables ne sont pas au programme. L'objectif est d'apprendre aux élèves à développer pas à pas ce type d'expression en une somme de termes.
Les problèmes issus d'autres parties du programme conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution. On dégagera chaque fois sur des problèmes particuliers les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat.

➢ <u>En troisième :</u>

La reconnaissance de la forme d'une expression algébrique faisant intervenir une identité remarquable peut représenter une difficulté qui doit être prise en compte. Les travaux s'articuleront sur 2 axes :

- utilisation d'expressions littérales pour des calculs numériques ;

utilisation du calcul littéral dans la mise en équation et la résolution de problèmes.

Objectifs pédagogiques

Apprendre à respecter les idées exprimées par d'autres.
Faire preuve de curiosité intellectuelle.
Etre critique par rapport à toute information.
Savoir formuler rationnellement une opinion.
Savoir argumenter son opinion, ses choix.
Améliorer les différentes formes de langage, oral et écrit.
Identifier un problème en le faisant correspondre à un modèle dont on reconnaît une procédure de résolution.
Acquérir une démarche scientifique en faisant évoluer les procédures mises en œuvre.

➢ <u>En sixième ou cinquième :</u>

Construction et utilisation de la médiatrice d'un segment.

➢ <u>En quatrième ou troisième :</u>

- Résolution d'un problème de géométrie par mise en équation.
- Passage du cadre géométrique au cadre algébrique.

Pré-requis :

➢ En sixième et cinquième :

Définition et construction de la médiatrice d'un segment.

➢ En quatrième et troisième :

- Théorème de Pythagore.
- Développement d'une expression littérale.
- Résolution d'une équation du premier degré.

Intérêt :

➢ En sixième et cinquième :

Utilisation de la médiatrice dans la recherche de la position d'un point.

➢ En quatrième et troisième :

Utilisation du calcul littéral et d'une équation dans un problème concret.

Description de l'activité : Deux oiseaux partent en même temps de deux tours de hauteur différente, à la même vitesse pour se rencontrer à terre au même moment.
Connaissant la distance entre les deux tours, le but du problème est de trouver à quel endroit les deux oiseaux doivent se poser.

La position du point s'obtient soit de façon géométrique par construction, soit de façon numérique par mise en équation.

Accès au sommaire

Phase	Acteur	Description de la tâche	Situation	Outils et supports	Durée[1]
1	Un élève ou le professeur	Dévolution du problème	Collective	Transparent (cf. « fiche élève »)	5 min
2	Elèves	Recherche	Individuelle	Papier, matériel de géométrie, calculatrice	10 min
2	Elèves	Recherche	Groupes de 4	Papier, matériel de géométrie, Calculatrice	40 min
3	Professeur	Analyse des travaux des élèves et mise en évidence des différentes méthodes employées	Individuelle	Travaux des élèves	
4	Professeur	Synthèse des différentes méthodes employées	Collective	Transparents (cf. « annexes »)	15 min
5	Elèves	Recherche (suite et fin)	Collective	Papier, matériel de géométrie, calculatrice	30 min

Accès au sommaire

[1] Cette durée est donnée à titre indicatif et prévisionnel

LES OISEAUX ET LE PUITS

Deux tours, hautes de 30 m et de 40 m, sont distantes l'une de l'autre de 50 m. Un puits est situé entre les deux tours.

Deux oiseaux s'envolent en même temps du sommet de chaque tour et volent à la même vitesse.

Peux tu déterminer la position du puits sachant que les oiseaux se posent dessus au même instant ?

Accès au sommaire

LES OISEAUX ET LE PUITS

Deux tours, hautes de 30 m et de 40 m, sont distantes l'une de l'autre de 50 m. Un puits est situé entre les deux tours.

Deux oiseaux s'envolent en même temps du sommet de chaque tour et volent à la même vitesse.

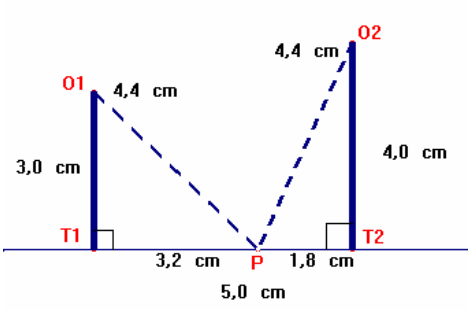
Peux tu déterminer à quelle distance des deux tours se trouve le puits sachant que les oiseaux se posent dessus au même instant ?

Accès au sommaire

Nom du fichier oiseauxetpuits.fig
Logiciel utilisé Cabri II
Description Les points T1 et T2 représentent les pieds des deux tours.
Les points O1 et O2 représentent les deux oiseaux au somment des deux tours.
Le point P représente le puits.
Les segments [O1P] et [O2P] représentent les trajectoires des deux oiseaux.

Mode d'emploi Les points T2, O1, O2 et P sont mobiles afin de « régler » la hauteur des tours, positionner les deux tours et afin émettre une conjecture sur la hauteur du puits.

Documentation Logiciel Cabri II (Prise en main - Réalisation de curseurs)
Matériel de rétroprojection



Accès au sommaire

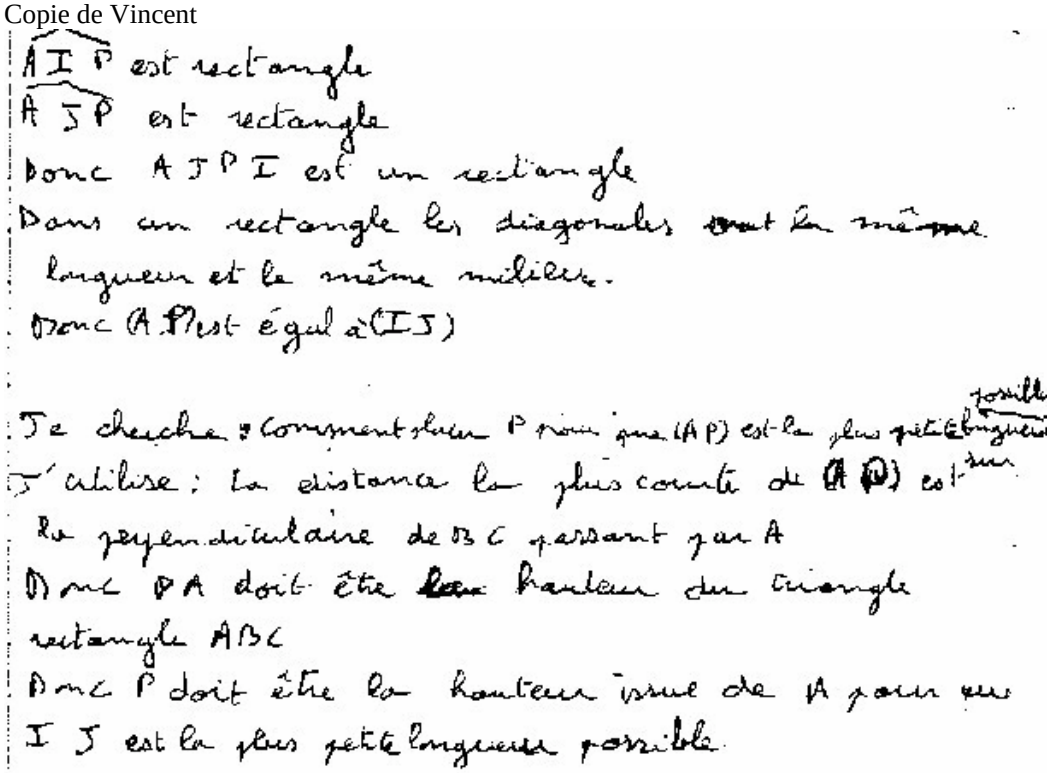
Compte-rendu d'expérimentation :
Lors de la première utilisation de cette ressource, les mots employés par les élèves pour désigner l'emplacement du point P sur l'hypoténuse du triangle ABC :

- le point traversé par la hauteur issue de A
- pour que le segment [AP] ait la plus petite longueur possible il faut que (AP) soit la hauteur du triangle rectangle BAC.
- P est le pied de la hauteur issue de A
- P doit être placé sur l'hypoténuse au sommet de la perpendiculaire à (CB) passant par A
- il faut tracer la droite (AP) de sorte qu'elle fasse un angle de 45° avec (BA) et qu'elle coupe [BC] en P
- P est au milieu de l'hypoténuse
- il faut faire la bissectrice de l'angle droit coupant BC en P
- il faut placer le point P sur l'hypoténuse du triangle ABC de telle sorte que le segment [IJ] soit la diagonale du carré AIPJ. IJ=4,9 cm
- P doit être placé sur le point B
- il faudrait placer le point P sur l'hypoténuse le plus près possible du sommet C de telle façon que le croisement du segment [IP] et [JP] donne une plus petite longueur au segment [IJ]….

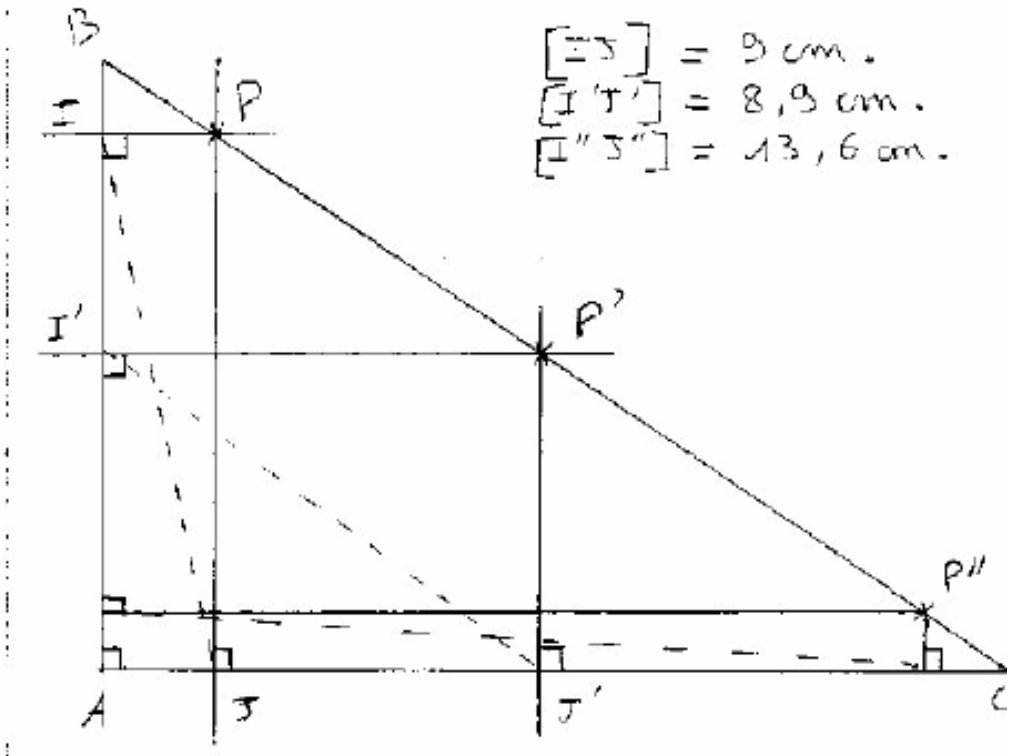
m'ont amené à proposer :

- l'utilisation d'un lexique établi avec les élèves
- l'utilisation du logiciel Cabri Géomètre.

Copie de Vincent



Copie de Titouan



Je constate que [I'J'] est la plus petite longueur mais ce n'est pas la plus petite possible.

Pour trouver j'ai fait l'expérience sur un triangle rectangle isocèle.

Accès au sommaire

LES OISEAUX ET LE PUITS

Cette narration de recherche a été proposée à une classe de 5ème.

Comme l'énoncé pose la question de la détermination de la position du puits par rapport aux tours, cela autorise un traitement géométrique, et pas uniquement des méthodes de calcul de la distance entre le puits et les tours.

L'impossibilité d'une position du puits à égale distance des deux tours **n'est pas toujours perçue par certains élèves qui simplifient ainsi le problème, en positionnant le puits au milieu de la distance qui sépare les deux tours.**

Copie de Romain :

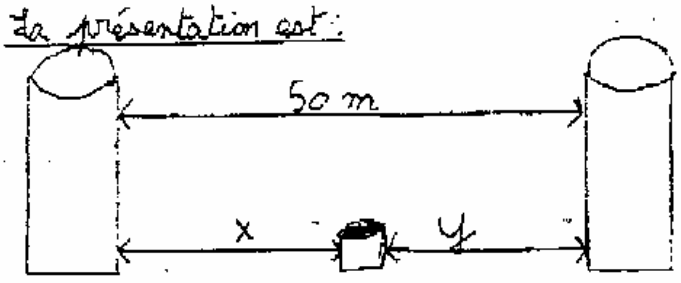
Distance du puit des 2 tours :
50 : 2 = 25
m : 25

J'ai abandonné qu'il y a 2 tours hauts de 40 m et de 30 m que les oiseaux volant à la même vitesse

J'ai gardé qu'elles sont distante l'une de l'autre de 50 m.

Il y a trop de phrases inutiles.

La présentation est :



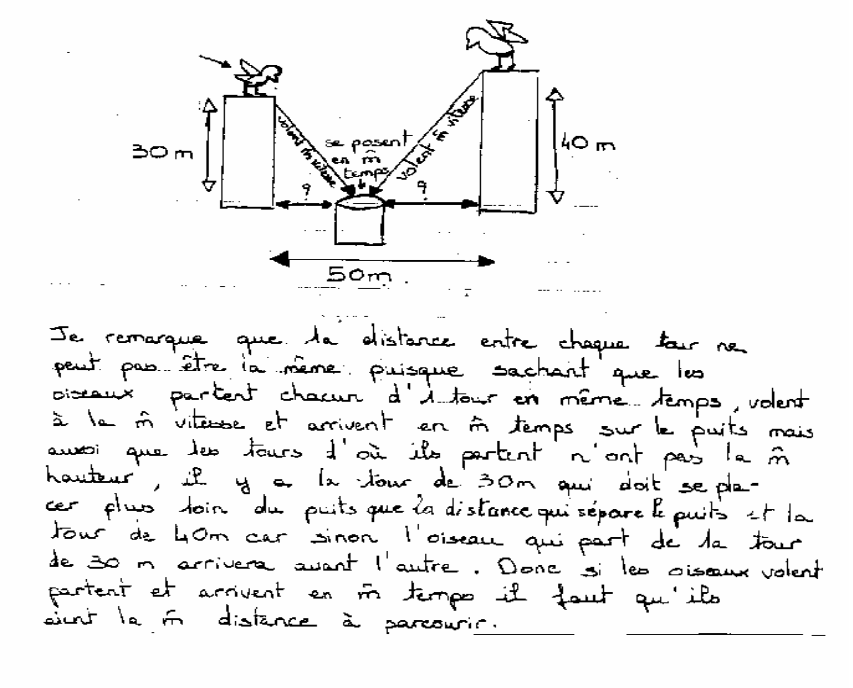
Beaucoup d'élèves écrivent des remarques qui relèvent de la physique :

- Puisque les oiseaux s'envolent au même moment et arrivent en même temps, leurs temps de vol pour atteindre le puits seront identiques

- Puisque les oiseaux volent à la même vitesse et pendant des temps égaux, les distances parcourues par chaque oiseau seront aussi identiques.

Certains élèves font un discours de prévision de ce qui se passerait si le puits était au milieu, en justifiant ainsi pourquoi il ne peut pas être au milieu**, et arrivent alors à une conclusion intermédiaire du rapprochement obligatoire du puits vers la tour la plus haute.**

Copie de Marie :



Je remarque que la distance entre chaque tour ne peut pas être la même puisque sachant que les oiseaux partent chacun d'1 tour en même temps, volent à la même vitesse et arrivent en même temps sur le puits mais aussi que les tours d'où ils partent n'ont pas la même hauteur, il y a la tour de 30m qui doit se placer plus loin du puits que la distance qui sépare le puits et la tour de 40m car sinon l'oiseau qui part de la tour de 30 m arrivera avant l'autre. Donc si les oiseaux volent partent et arrivent en même temps il faut qu'ils aient la même distance à parcourir.

Stratégie de « fausse position »

Des élèves pensent que dans deux triangles rectangles, l'égalité de la somme des côtés de l'angle droit doit entraîner l'égalité du 3ème côté (l'hypoténuse). De ce fait les 10m de différence entre les hauteurs des tours se trouvent redistribués de chaque coté de la position médiane entre les deux tours. Beaucoup d'élèves se précipitent dans une tache calculatoire, en utilisant ces 10m d'écart.

Copie de Jean :

En réfléchissant, je me suis apperçu que puisque les oiseaux volent à la même vitesse et se posent en même temps sur le puit, il est forcément plus près de la tour qui mesure 40 m car comme elle est plus grande si le puit était au milieu des deux tours l'oiseau se trouvant sur la tour de 40 m, il mettrait plus de temps. Donc le puit ne se situe pas au milieu des deux tours. Donc il se situe à plus de 25 m de la tour de 30 m de haut mais il se situe à moins de 25 m de la tour de 40 m de haut.
Je pense qu'il se trouve à 15 m de la tour de 40 m de haut et à 35 m de la tour de 30 m de haut car comme elles ont 10 m de distance en hauteur entre elles deux l'oiseau de la tour de 30 m de haut aura 10 m d'avance donc il faut que le puit soit à 10 m du milieu des deux tour pour qu'ils arrivent en même temps.

Conclusion : le puit se trouve à 35 m de la tour de 30 m de haut et à 15 m de la tour de 40 m de haut.

Copie de Cyrielle :

Etant donné qu'il a 10 m de différence entre la hauteur des 2 tours, je vais ajouter 10m à la distance entre le puits et la tour de 30m par rapport à la distance entre le puits et la tour de 40m.

50 : 2 = 25

25 - 10 = 15.

25 + 10 = 35

Mais comment vérifier si c'est juste ou pas ?

→ il faut que

calcule la distance que volent les oiseaux si c'est la m :

oiseau qui part de la tour de 30m : il descend 30m et après horizontalement 35 m qui est égal à 65 m.

oiseau qui part de la tour de 40m : il descend 40m et après horizontalement 15m qui est égal à 55 m.

Mince ! Ça ne tombe pas juste. Alors je vais essayer avec 5 :

50 : 2 = 25

25 + 5 = 30

25 - 5 = 20

oiseau qui part de la tour de 30m : il descend 30m et après horizontalement 30m est égal à 60m.

oiseau qui part de la tour de 40m : il descend 40m et après horizontalement 20m est égal à 60m.

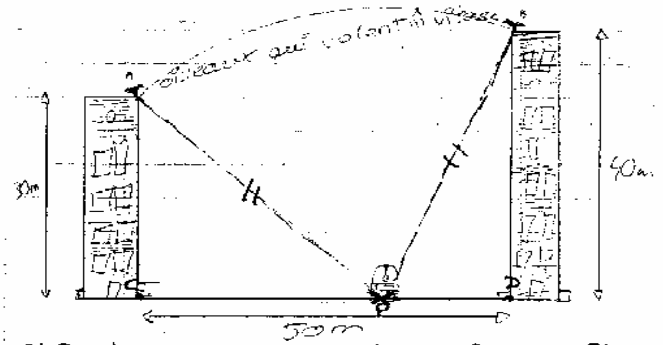
Oui ! Il y a donc 30m entre la tour de 30m et le puits et 20m entre la tour de 40m et le puits.

Copie de Philippe :

2 tours = une haute de 30m.
et l'autre haut de 40m.
elles ont 50 m. d'écart l'une de l'autre
un puit est situé entre les 2 tours.

2 oiseaux volent à la même vitesse.
Ils s'envolent en même temps et ils sont chacuns sur une tour pour se poser au même moment sur le puit.

Donc le puit doit être plus près de la tour de 40m car 40>30



J'ai trouvé ou se place le puit en plaçant la pointe du compas un peut partout sur le segment [CD].

pour trouver le point P = puit j'ai poser la pointe du compas sur CD jusqu'a que A et B se rencontre Donc PA et PB sont les rayons du cercle de centre P.

Je n'ai plus d'idées.

Ayant donc parcouru la même distance,
le triangle ABC est isocèle en C.
Le puits va se trouver au sol, au point C.

Je sais que dans un triangle
isocèle la médiatrice passe
par le sommet de celui-ci et
que les points situés sur la
médiatrice sont équidistants aux
extrémités du segment [AB].

Je vais calculer l'emplacement du pt C:
Si je trace le segment [AB], la médiatrice de
celui-ci et à l'intersection de celle-ci et du
segment [DE], je trouve le point C.

Comme :

10 cm = 50 m
1 cm = 5 m
Je mesure à la Règle graduée : [DC] = 6,4 cm
et [CE] = 3,6 cm
ou [DC] = 6 x 6,4 = 32 m et [CE] = 5 x 3,6 = 18 m
Donc le puits est situé à 32 m de la tour de 30 m
et à 18 m de la tour de 40 m.
Je vois bien que mon puits est bien plus près de la
grande tour comme je l'avais vu au début

Etape	date	réalisations	contributeurs
1	Octobre 2002	Proposition d'un sujet d'exercice	Un formateur A de l'équipe ZEP
2	Décembre 2002	Elaboration de la fiche élève, de la fiche professeur et du scénario d'usage.	Equipe ZEP
3	Janvier 2003	Expérimentation	Le formateur A de l'équipe ZEP
4	Février 2003	Création d'un compte-rendu d'expérimentation et du fichier cabri lesoiseauxetlepuit.fig	Le formateur A de l'équipe ZEP
5	Mars 2003	Expérimentation	Un formateur B de l'équipe ZEP
6	Avril 2003	Modification du sujet et des fiches (élève, professeur et scénario d'usage). Création d'un second compte-rendu d'expérimentation contenant des éléments d'analyse et des travaux d'élèves.	Equipe ZEP
7	Mai 2003	Création de la fiche d'identification.	Un formateur C de l'équipe ZEP
8	Octobre 2004	Expérimentation Création de la fiche technique.	Un stagiaire du groupe ZEP
10	Juin 2005	Relecture, mise en place des liens entre les fiches et création de la fiche sommaire.	Un formateur D de l'équipe ZEP
11	Septembre 2005	Relecture des fiches	Pilotes de l'équipe Cdrom SFODEM
12	Novembre 2005	Homogénéisation de la fiche technique avec celles du groupe IOI. Modifications de la fiche professeur et du sommaire (pour différencier les deux comptes-rendus d'expérimentation. Uniformisation des en-têtes des fiches	Le formateur D de l'équipe ZEP
13	Décembre 2005	Création du CV. Modification de la fiche sommaire pour y ajouter le CV. Modification des noms des fiches pour une mise à disposition sur claroline. Modification des liens entre les fiches.	Le formateur D de l'équipe ZEP